

30-AMALIY MASHG'ULOT

Ish vaqti va bosqichlari	O'qituvchi faoliyatining mazmuni	Talabalar faoliyatining mazmuni
I-Bosqich O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa)	1.1. Mashg'ulot mavzusi bo'yicha tushuncha berish. 1.2. Mavzuning avvalgi o'tilgan mavzu bilan aloqadorligi bo'yicha tushuncha berish	Tinglaydilar, yozadilar
II-Bosqich Asosiy (65 daqiqa)	2.1. Amaliy mashg'ulot mavzusiga oid nazariy ma'lumot berish. 2.2. Mavzuga oid amaliy topshiriqlar bajarish.	Tinglaydilar, yozadilar, savollar beradi, bajaradilar.
III-Bosqich Yakunlovchi (5 daqiqa)	3.1. Amaliy mashg'ulotni yakunlash 3.2. Talabalarga mustaqil bajarish uchun topshiriqlar berish.	Tinglaydilar, yozadilar, savollar beradi, bajaradilar.

30-MAVZU: O'ZGARUVCHILARI AJRALADIGAN DIFFERENTIAL TENGLAMALARGA DOIR MISOLLAR YECHISH

Differensial tenglama ta'rifi.

1-ta'rif. Differensial tenglama deb erkli o'zgaruvchi X , noma'lum $y = f(x)$ funksiya va uning $y', y'', K, y^{(n)}$ hosilalari orasidagi bog'lanishni ifodalaydigan tenglamaga aytiladi. Differensial tenglama simvolik ravishda

$$F(x, y', y'', K, y^{(n)}) = 0$$

yoki

$$F\left(x, y, \frac{dy}{dx}, K, \frac{d^n}{dx^n}\right) = 0$$

ko'rinishda yozish mumkin.

Agar izlangan funksiya $y = f(x)$ bitta erkli o'zgaruvchining funksiyasi bo'lsa, u holda differensial tenglama oddiy differensial tenglama deyiladi, biz faqat oddiy differensial tenglamalarning o'rganamiz. Agar tenglama bir necha o'zgaruvchili bo'lsa, u xususiy hosilali differensial tenglama deyiladi.

2- ta'rif. Differensial tenglamaning tartibi deb tenglamaga kirgan hosilaning tartibiga aytiladi.

$$\text{Masalan } y'' - 2y + 4 = 0$$

Bu ikkinchi tartibli differensial tenglamadir.

3- ta'rif. Differensial tenglama yechimi yoki integrali deb differensial tenglamaga qo'yganda uni ayniyatga aylantiradigan har qanday $y = f(x)$ funksiyaga aytiladi.

1-Misol. Ushbu tenglama berilgan bo'lsin:

$y = \sin x$, $y = 2 \cos x$, $y = 2 \sin x - \cos x$
 funksiyalar, $y = c_1 \sin x$, $y = c_2 \cos x$
 yoki

$$y = c_1 \sin x + c_2 \cos x$$

ko'rinishdagi funksiyalar c_1 va c_2 ixtiyoriy o'zgaras miqdorlarning har qanday qiymatlarida ham differensial tenglamaning yechimi bo'ladi.

Ular ni isbotlash uchun $y' = c_1 \cos x$, $y'' = -c_1 \sin x$, bu qiymatlar berilgan tenglamaga qo'ysak

$$-c_1 \sin x + c_1 \sin x = 0$$

tenglikka kelamiz.

2. O'zgaruvchilari ajralgan va ajraladigan tenglamalar

1. O'ng tomoni faqat X ga bog'liq bo'lgan funksiya bilan faqat Y ga bog'liq bo'lgan funksiyaning ko'paytmasidan iborat bo'lgan

$$\frac{dy}{dx} = f_1(x) f_2(y) \quad (1)$$

ko'rinishdagi birinchi tartibli differensial tenglamani qaraylik. Bu tenglamani $f_2(y) \neq 0$ deb faraz qilib, uning har ikkala tomonini unga bo'lib quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$\frac{1}{f_2(y)} dy = f_1(x) dx \quad (2)$$

y ni x ning ma'lum funksiyasi deb hisoblab, (2) tenglikni ikkita differensialning tengligi deb qarash mumkin; ulardan olingan aniqmas integrallar bir-biridan o'zgaras qo'shiluvchi bilan farq qiladi. (2) tenglikning chap tomoning u bo'yicha, o'ng tomonni X bo'yicha integrallab,

$$\int \frac{1}{f_2(y)} dy = \int f_1(x) dx + c$$

tenglikka ega bo'lamiz.

Bu yechim X erkli o'zgaruvchi bilan ixtiyoriy C o'zgaras miqdorni bog'laydigan umumiy integraldir.

1. Ushbu

$$M(x)dx + N(y)dy = 0 \quad (3)$$

ko'rinishdagi tenglama o'zgaruvchilari ajralgan tenglama. Uning yechimini har ikkala tomonini integrallash asosida hosil qilamiz, ya'ni:

$$\int M(x)dx + \int N(y)dy = c$$

2-Misol. O'zgaruvchilari ajralgan $xdx + ydy = 0$ tenglama berilgan. Bu markazi koordinataga boshida bo'lib, radiusi S ga teng bo'lgan konsentrik aylanalar oilasining tenglamasidir.

2. Endi o'zgaruvchilari ajraladigan quyidagi tenglama

$$M_1(x)N_1(y)dx + M_2(x)N_2(y)dy = 0 \quad (4)$$

berilgan bo'lsin. (4) tenglamaning har ikkala tomonini $N_1(y)M_2(x)$ ko'paytmaga bo'lib, uni o'zgaruvchilari ajralgan

$$\frac{M_1(x)N_1(y)}{N_1(y)M_2(x)}dx + \frac{M_2(x)N_2(y)}{N_1(y)M_2(x)}dy = 0$$

yoki

$$\frac{M_1(x)}{M_2(x)}dx + \frac{N_2(y)}{N_1(y)}dy = 0$$

ko'rinishdagi tenglamaga keltiramiz. U (3) ko'rinishdagi tenglamadir.

$$xydx + dy = 0 \quad xdx + \frac{dy}{y} = 0$$

Misol,

$$\frac{dy}{y} = -xdx \quad \ln|y| = -\frac{x^2}{2} + \ln C \quad y = Ce^{-\frac{x^2}{2}}$$

3. Birinchi tartibli bir jinsli tenglamalar.

1-ta'rif. Agar λ ning har qanday qiymatida $f(\lambda x, \lambda y) = \lambda^n f(x, y)$ ayniyat to'g'ri bo'lsa, $f(x, y)$ funksiya X va Y o'zgaruvchilarga nisbatan n -o'lchovli bir jinsli funksiya deb ataladi.

3-Misol.

$$f(x, y) = xy + y^2$$

$$f(\lambda x, \lambda y) = \lambda^2 xy + \lambda^2 y^2 = \lambda^2 (xy + y^2)$$

Berilgan funksiya ikki o'lchovli bir jinsli funksiya.

2- ta'rif. Agar birinchi tartibli

$$\frac{dy}{dx} = f_1(x, y) \quad (5)$$

tenglamada $f(x, y)$ funksiya x va y o'zgaruvchilarga nisbatan nol o'lchovli bir jinsli funksiya bo'lsa, (5) tenglama x va y o'zgaruvchilarga nisbatan bir jinsli tengslama deyiladi.

Bir jinsli tenglamani yechish. Bir jinsli funksiya ta'rifiga asosan $f(\lambda x, \lambda y) = f(x, y)$. Bu yerda $\lambda = \frac{1}{x}$ deb olsak, $f(x, y) = f\left(1, \frac{y}{x}\right)$

Bu holda (5) tenglama

$$\frac{dy}{dx} = f_1\left(1, \frac{y}{x}\right) \quad (6)$$

ko'rinishni oladi. O'zgaruvchilarni almashtiramiz:

$$u = \frac{y}{x}, \quad y = ux \quad (7)$$

Bu tenglikni har ikala tomonini differensiallab,

$$\frac{dy}{dx} = u + x \frac{du}{dx} \quad (7')$$

tenglik hosil qilamiz.

(7), (8)larni (6) ga qo'yib, o'zgaruvchilari ajralgan $u + x \frac{du}{dx} = f(1, u)$ tenglamaga ega bo'lamiz. O'zgaruvchilarning ajratib yozamiz.

$$x \frac{du}{dx} = f(1, u) - u,$$

$$\frac{du}{f(1, u) - u} = \frac{dx}{x}$$

Hosil bo'lgan bu tenglamani integrallaymiz:

$\int \frac{du}{f(1, u) - u} = \int \frac{dx}{x} + C_1$ integraldan keyin urniga qo'ysak (6) tenglamaning yechimi hosil bo'ladi.

4-Misol. $(y - x)dx + (y + x)dy = 0$.

Yechish.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x - y}{x + y} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1 - \frac{y}{x}}{1 + \frac{y}{x}} \Rightarrow u + x \frac{du}{dx} = \frac{1 - u}{1 + u} \Rightarrow x \frac{du}{dx} = \frac{1 - u}{1 + u} - u \Rightarrow$$

$$x \frac{du}{dx} = \frac{1 - u - u - u^2}{1 + u} \Rightarrow x \frac{du}{dx} = \frac{1 - 2u - u^2}{1 + u} \Rightarrow \frac{1 + u}{1 - 2u - u^2} du = \frac{dx}{x} \Rightarrow$$

$$\frac{1 + u}{-(u^2 + 2u - 1)} du = \frac{dx}{x} \Rightarrow -\frac{1 + u}{(u + 1)^2 - 2} du = \frac{dx}{x} \Rightarrow u + 1 = z,$$

$$du = dz \Rightarrow -\frac{z dz}{z^2 - 2} = \frac{dx}{x} \Rightarrow -\frac{1}{2} \ln|z^2 - 2| = \ln|x| + \ln C \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{z^2 - 2}} = Cz \Rightarrow$$

$$1 = C^2 x^2 (u^2 + 2u - 1) \Rightarrow x^2 (u^2 + 2u - 1) = C_1 \Rightarrow x^2 \left(\frac{y^2}{x^2} + 2 \frac{y}{x} - 1 \right) = C_1 \Rightarrow$$

$$y^2 + 2xy - x^2 = C.$$

Misollar va masalalar

1. Differensial tenglamaning umumiy yechimini toping:

a) $(\sqrt{xy} - \sqrt{x})dx + (\sqrt{xy} + \sqrt{y})dy = 0;$

б) $xy \cdot y' = y^2 + 2x^2;$ в) $y' = \frac{2x - y + 1}{x - 2y + 1}.$

Ж: a) $x + y - 2\sqrt{x} + 2\sqrt{y} + 2 \ln|(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{y} - 1)| = C;$

б) $y^2 = 4x^2 \ln Cx;$ в) $x^2 - xy + y^2 + x - y = C.$

2. Koshi masalasini yeching:

a) $\sqrt{\frac{1 + \cos 2x}{1 + \sin y}} + y' = 0; \quad y|_{x=\frac{\pi}{4}} = 0;$

б) $xy' = xe^{\frac{y}{x}} + y; \quad y|_{x=1} = 0;$

в) $(2x - y + 4)dy + (x - 2y + 5)dx = 0.$

Ж: a) $\sqrt{2} \sin x + \sin y - \cos y = 0;$

б) $y = -x \ln|1 - \ln x|;$ в) $(x + y - 1)^2 = C(x - y + 3).$